

Hon za poznaním nášho miesta vo Vesmíre

Nasledujúce objavy viedli k ďalším objavom a napokon k pochopeniu našej vlastnej Slnčnej sústavy, objavu jeho vonkajších hraníc a napokon len nedávno k dosiahnutiu medzihviezdneho priestoru. Vďaka týmto objavom sa astronómom podarilo vypočítať vzdialenosť k najbližším hviezdám a pochopiť naše najbližšie galaktické okolie.

1. Tretí Keplerov zákon (1619) – výpočet **vzdialenosti planét** od Slnka.

a^3 je proporcionálne k P^2

a – veľká poloosa orbity - najväčšia vzdialenosť planéty od Slnka

P – doba obehu okolo Slnka

Príklad:











$$\frac{a_{Zem}^3}{a_{Planéta}^3} = \frac{P_{Zem}^2}{P_{Planéta}^2} \quad \text{po úprave dostaneme:} \quad a_{Planéta}^3 = \frac{a_{Zem}^3}{\frac{P_{Zem}^2}{P_{Planéta}^2}} \quad \text{a potom:}$$

$$a_{Planéta} = \sqrt[3]{\frac{a_{Zem}^3}{\frac{P_{Zem}^2}{P_{Planéta}^2}}}$$

Planéta	Vzdialenosť (AU)	Afélium (km)
Merkúr		
Venuša		
Zem	1	152,100,000
Mars		
Jupiter		
Saturn		
Urán		
Neptún		

Úloha 1: Skúste vyrátať vzdialenosť všetkých ostatných planét v AU. Použite hodnotu **P** z mojej tabuľky dole pod týmto textom. Potom porovnajte údaje, ktoré ste vypočítali s údajmi v mojej tabuľke. Potom, s pomocou údajov, ktoré ste vypočítali, vypočítajte aj afélium všetkých ostatných planét.

Týmto istým spôsobom mohli astronómovia vypočítať vzdialenosti všetkých ostatných planét, známych v tých dobách, už od roku 1771 kedy Jérôme Lalande vypočítal vzdialenosť Zeme od Slnka. Jeho hodnota 153 mil. km sa odchyľovala len niečo pod 2% od reálnej hodnoty 149.597.870,7 km. Obežná doba planét pozorovateľných voľným okom bola dobre známa už starým civilizáciám. Kepler bol schopný vypočítať číslo AU ostatných planét, no nepoznal koľko km predstavuje 1 AU. Táto vzdialenosť bola objavená až 152 rokov neskôr!

astronomiaonline.org	Slnko	Mesiac	Merkúr	Venuša	Zem	Mars	Jupiter	Saturn	Urán	Neptún
Obrázok										
Symbol	☉	☾	☿	♀	♁	♂	♃	♄	♅	♆
Vzdialenosť od Slnka (AU)	-	-	0,39	0,72	1	1,52	5,2	9,55	19,2	30,1
Obežná doba	230 Mr [*]	27,32 d	0,24 r	0,61 r	1 r	1,88 r	11,86 r	29,46 r	84,01 r	164,8 r
Dĺžka dňa	28 d [*]	29,53 d	175,94 d	116,75 d	24 h	24,7 h	9,9 h	10,7 h	17,2 h	16,1 h
Priemer v km	1392000	3475	4879	12104	12756	6794	142984	120536	51118	49528
Priemer (Zem)	109	0,27	0,38	0,95	1	0,53	11	9	4	3,9
Hmotnosť (Zem)	333000	0,0123	0,055	0,815	1	0,107	317,82	95,16	14,54	17,15
Hustota g/cm ³	1,4	3,344	5,427	5,243	5,514	3,93	1,326	0,687	1,27	1,638
Gravitácia (Zem)	28	0,17	0,38	0,91	1	0,38	2,54	1,07	0,91	1,14
Orbitálna rýchlosť km/s	240	1	47,4	35	29,8	24,1	13,1	9,7	6,8	5,4
Mesiace	-	-	0	0	1	2	79	82	27	14

2. Nasledujúca rovnica, ktorá nám dáva **hmotnosť planét** je odvodená z Newtonovho univerzálneho gravitačného zákona (1687) $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$. Pozorovaním mesiacov planét, ich vzdialenosti od planéty a ich doby obehu bolo možné vypočítať hmotnosti planét ešte pred počiatkom kozmického veku:

$$M + m = \frac{4\pi^2 a^3}{GP^2}$$

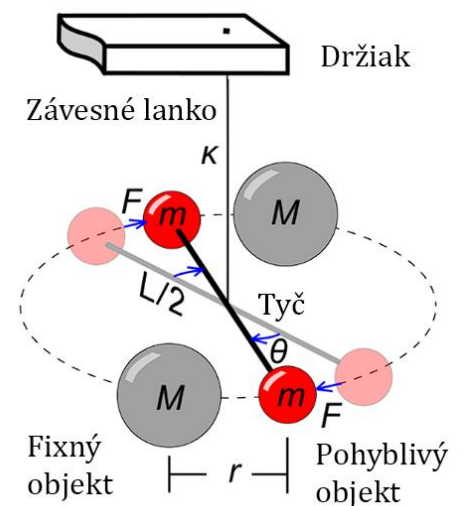
M – Hmotnosť ťažšieho objektu (*kg*)

m – Hmotnosť menšieho objektu (*kg*) – ak sa jedná o malý mesiac, výrazne menší ako materská planéta, tento údaj možno v rovnici úplne vynechať.

a – veľká poloos obežnej dráhy (*metre*) – (maximálna vzdialenosť od planéty)

P – Doba obehu (*sekundy*)

G – Gravitačná konštanta ($6.67430 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$) – Prvé priame pozorovanie gravitačnej interakcie medzi dvoma objektami v laboratóriu bolo uskutočnené 71 rokov po Newtonovej smrti v roku 1798 Henrym Cavendishom – "The Cavendish experiment".



Úloha 2: Pomocou rovnice $M + m = \frac{4\pi^2 a^3}{GP^2}$ a s pomocou údajov v nasledujúcej tabuľke skúste vypočítať hmotnosti planét a potom ich porovnajte s reálnymi hmotnosťami získanými vesmírnymi sondami:

Planéta	M Planéty (kg)	Mesiac	a (m)	P (s)
Reálna hmotnosť kg	Vypočítaná			
Zem		Mesiac	384399000	2360592
5.97237 x 10 ²⁴				
Mars		Fobos	9377000	27576
6.4171 x 10 ²³		Deimos	23460000	109260
Jupiter		Io	421700000	152850.2
1.8982 x 10 ²⁷		Európa	671034000	306823.7
		Ganymedes	1070412000	618157.4
		Callisto	1882709000	1441929.6
Saturn		Mimas	185404000	81425.3
5.6834 x 10 ²⁶		Enceladus	237950000	118386.8
		Dione	377396000	236469.5
		Rhea	527108000	390373.5
		Titan	1221930000	1377684.3
		Japetus	3560820000	6853377.6
Urán		Miranda	129390000	122124.7
8.6810 x 10 ²⁵		Ariel	191020000	217760.8
		Umbriel	266300000	359007.6
		Titánia	435910000	752187.2
		Oberón	583520000	1163220.5
Neptún		Tritón	354759000	507764.2
1.02413 x 10 ²⁶				
Pluto + Cháron		Cháron	19591400	551856.7
1.4616 x 10 ²²	Výsledok bude hmotnosť Pluta + Chárona lebo hmotnosť Chárona je 1/8 hmotnosti Pluta a tá už vôbec nie je zanedbateľná.			
Pluto		Vypočítajte hmotnosti Pluta a Chárona zvlášť a potom ich porovnajte s ich reálnou hmotnosťou v tabuľke.		
1.303 x 10 ²²				
Cháron				
1.586 x 10 ²¹				

3. Je veľkým paradoxom, že **vzdialenosť Zeme od Slnka** bola objavená až po Keplerových (1571-1630) a Newtonových (1642-1726) časoch! Kľúčom bol prechod Venuše popred Slnko. Počas prechodu pozorovaného zo Zeme prejde Venuša popred Slnečný disk. Keď sa tento úkaz pozoruje z rôznych zemepisných polôh, Venuša prejde väčšiu alebo menšiu časť slnečného disku. James Gregory (1638-1675) a Edmond Halley (1656-1742) prišli nato, že ak by sa presne odmeral čas prechodu z rôznych zemepisných polôh, dala by sa vyrátať vzdialenosť medzi Zemou a Venušou a tým pádom aj vzdialenosť medzi Zemou a Slnkom. Má to len jednu vadu. Pravdepodobnosť, že sa takéto pozorovanie vôbec podarí uskutočniť, a že bude úspešné bola taká malá, že ešte ani dnes nevychádzame z úžasu, že sa na toto dôležité pozorovanie vôbec odhodľali. Po prvé, prechody Venuše sú veľmi vzácne, až také vzácne, že sa dajú pozorovať len raz za život, ak vôbec, aj napriek tomu, že nastávajú v pároch. Vtedy keď Halley prišiel nato, že táto metóda bude fungovať vedel, že už je príliš starý nato aby mohol uskutočniť toto pozorovanie on. V nádeji, že budúce generácie sa odhodľajú na túto úlohu, napísal podrobné inštrukcie o tom ako presne treba pozorovanie uskutočniť. Aby výsledkom pozorovania bola vzdialenosť s požadovanou presnosťou, bolo treba zmerať prechod Venuše so sekundovou presnosťou. Pozorovania sa museli uskutočniť vo veľmi vzdialených lokalitách Zeme aby vzdialenosť jednotlivých stôp prechodu Venuše popred Slnečný disk bola čo najväčšia. A napokon, aby sa zabezpečilo, že pozorovanie neprekazí oblačnosť, bolo potrebné aby sa pozorovacie stanovišťa rozmiestnili po celej Zemi. V tej dobe to bola takmer nepredstaviteľná úloha lebo vtedy cestovanie medzi kontinentami mohlo trvať aj roky. Napriek všetkým týmto výzvam sa anglickí a francúzski astronómovia odhodľali, že počas prechodu v roku 1761 tieto pozorovania uskutočnia a údaje získajú. No v tej dobe bola situácia ešte horšia, pretože Francúzsko a Anglicko boli ponorené do sedemročnej vojny. Moreplavba bola vtedy takmer nemožná. Aj napriek tomu, odhodlanie vydržalo. Bez ohľadu nato, že nie všetci pozorovatelia boli úspešní (niektorým pozorovanie prekazili oblaky, iných zastavili vojnové lode), keď sa získané údaje skombinovali s údajmi získanými počas ďalšieho prechodu, ktorý nastal o osem rokov neskôr, bola táto úloha úspešná. Francúzsky astronóm Jérôme Lalande pozbieral všetky údaje a v roku 1771 vypočítal prvú presnú vzdialenosť Zeme od Slnka 153 miliónov *km*. Tento údaj sa odlišuje od skutočnej hodnoty menej ako 2 %. Pomocou tejto vzdialenosti sa podarilo astronómom vypočítať aj vzdialenosť k iným hviezdám. Keď Zem obieha okolo Slnka, blízke hviezdy sa nepratrne pohybujú vzhľadom ku vzdialenému hviezdному pozadiu. Bessel vypočítal prvú vzdialenosť hviezdy mimo Slnečnej sústavy v roku 1838. Bola to hviezda 61 Cygni a vypočítal vzdialenosť 10,4 svetelných rokov.

Úloha 3: Skúste pomocou jednoduchšej trigonometrickej funkcie doplniť nasledujúcu tabuľku a porovnajte váš výsledok s Besselovým. $d = \frac{1AU}{\tan \alpha}$ kde **d** predstavuje vzdialenosť hviezdy od Slnka v *km*, **1AU** je 149597871 *km* a **α** je maximálny uhol, ktorý delí Zem od Slnka pri pohľade z hviezdy – paralaxa v oblúkových sekundách.

Hviezda	Paralaxa (obl sek)	Vzdialenosť (km)	Vzdialenosť (ly)
Proxima Centauri	0.76850		
Sírius	0.37668		
61 Cygni	0.28608		
Vega	0.13023	236,940,611,815,933	25.045
Capella	0.07620		
Aldebaran	0.04997		
Spika	0.01306		
Betelgeuze	0.00595		

Úloha 4: Aby ste si lepšie vedeli predstaviť vzdialenosť od Slnka a rozmery Slnčnej sústavy, doplňte nasledujúcu tabuľku pomocou tejto rovnice:

$$T = \pi \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{8GM_{\odot}}}$$

T – Voľný pád do Slnka (sekundy)

a – vzdialenosť od Slnka (metre) (1AU je 149.597.870.700 m)

G – gravitačná konštanta ($6.67430 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$)

M_{\odot} Hmotnosť Slnka ($1,99 \times 10^{30}\text{kg}$)

Planéta	Dni	Mesiace	Roky
Merkúr			
Venuša			
Zem			
Mars	121.4	4	0.33
Jupiter			
Saturn			
Urán			
Neptún			